

УДК 629.7.015.4:539.3

А.Д. Осипенко¹, Є.Є. Онищенко²¹ – ТОВ «Прогрестех – Україна», м. Київ, Україна² – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

Аналітична модель для розрахунку на міцність балки крила літака з близьким розташуванням проміжних опор

Балка крила (рис.1) є одним із найбільш важливих і відповідальних елементів конструкції літака. Оцінка її міцності на етапі вибору конструктивних рішень потребує надійних і швидких методів розрахунку. Оскільки сучасні реалізації методу скінчених елементів, які дозволяють отримувати прийнятні результати, потребують значних витрат часу для пристосування розробленої чисельної моделі під кожний варіант конструкції, а точні рішення у замкненій формі, отримані методами теорії пружності, існують лише для деяких поперечних перерізів і схем навантаження, то актуальним є створення такої розрахункової моделі, яка б дозволяла швидко отримувати прийнятні оціночні результати у вигляді розрахункових формул для балки довільного перерізу і заданої схеми навантаження.

9

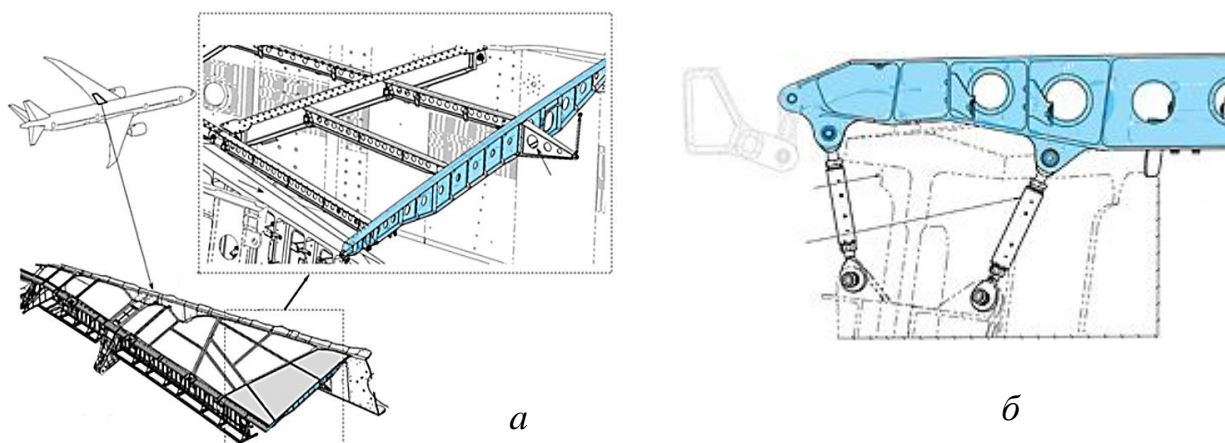


Рис.1. Балка крила літака: *а* – розташування балки у конструкції літака; *б* – близько розташовані опори.

У даній роботі на основі відомих теоретичних залежностей, які враховують додатковий вплив поперечної сили на пружні переміщення

перерізів балки [1], розроблена спрощена аналітична модель для розрахунку на міцність статично невизначуваної двопрогінної нерозрізної балки двотаврового поперечного перерізу з близьким розташуванням опор (рис.2), яка є ідеалізованою балкою крила літака.

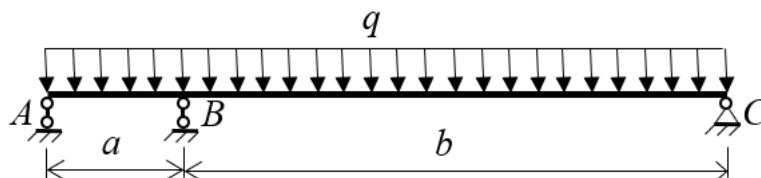


Рис. 2. Розрахункова схема статично невизначуваної двопрогінної нерозрізної балки з близьким розташуванням опор

Канонічне рівняння методу сил для визначення невідомої реакції Y опори A має вигляд:

$$\delta_{11}Y + \Delta_{1P} = 0. \quad (1)$$

Коефіцієнти δ_{11} та Δ_{1P} цього рівняння визначались за методом Мора з врахуванням поперечних сил за формулами:

$$\delta_{11} = \sum \int_L \frac{\bar{M}_1^2}{EI_z} dx + \sum \int_L \frac{\bar{Q}_1^2}{EI_z} dx; \quad (2)$$

$$\Delta_{1P} = \sum k \int_L \frac{M_P \bar{M}_1}{EI_z} dx + \sum k \int_L \frac{Q_P \bar{Q}_1}{EI_z} dx, \quad (3)$$

де M_P , Q_P , \bar{M}_1 , \bar{Q}_1 – згинальні моменти та поперечні сили у довільному перерізі балки відповідно від заданого навантаження та одиничної сили, прикладеної в точці A ; EI_z та GF – жорсткості поперечного перерізу при згині і зсуві; $k = (F/I_z^2) \int_F (S_z^2/b^2) dF$ – коефіцієнт, який залежить від форми поперечного перерізу.

Для даної розрахункової схеми:

на ділянці балки між опорами A і B

$$M_P(x) = -q \frac{x^2}{2}; \quad Q_P(x) = -qx; \quad \bar{M}_1(x) = -x; \quad \bar{Q}_1 = -1; \quad (4)$$

на ділянці балки між опорами B і C

$$M_P(x) = -qa\left(\frac{a}{2} + x\right) - q\frac{x^2}{2} + q\frac{(a+b)^2x}{2b}; \quad Q_P(x) = -q(a+x) + \frac{(a+b)^2}{2b};$$

$$\bar{M}_1(x) = (a+x) - \frac{(a+b)x}{b}; \quad \bar{Q}_1 = 1 - \frac{(a+b)}{b}.$$

З рівняння (1) з врахуванням (2) – (5)

$$Y = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{q\left(12a^2kEI_z - 12abkEI_z + bGF(3a^3 + b(b^2 - 4a^2))\right)}{8(3akEI_z + b(a^2GF + abGF + 3kEI_z))}. \quad (6)$$

Коефіцієнт k для двотаврового перерізу (рис.3):

$$k = (F/I_z^2) \int_F (S_z^2/b^2) dF = \frac{F}{I_z^2} \left(\frac{2}{b_1^2} \int_0^{a_1} S_{z1}^2(y_1) dy_1 + \frac{2}{b_2^2} \int_0^{a_2} S_{z2}^2(y_2) dy_2 \right). \quad (7)$$

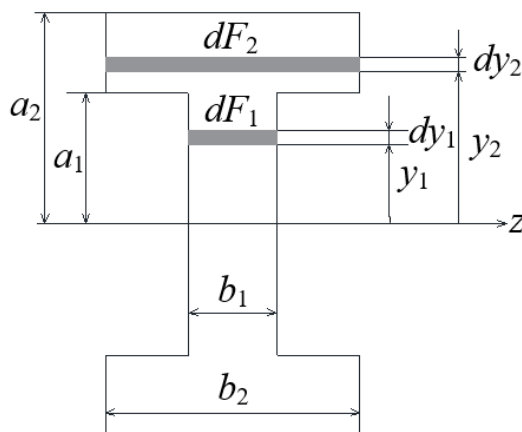


Рис. 3. Двотавровий переріз

Отримане значення (6) реакції Y опори A дозволяє за відомою процедурою [1] оцінити міцність балки, використовуючі умови міцності у небезпечних точках небезпечного перерізу B :

у точках на верхній і нижній поверхні балки

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_z} \leq [\sigma];$$

у точках на нейтральній лінії

$$\tau_{max} = \frac{QS_{max}}{I_z b_1} \leq [\tau];$$

у точках на відстані a_1 від нейтральної лінії за третьою теорією міцності

$$\sigma_{еквIII} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$$

де $M = Y \cdot a$ – згинальний момент, а $Q = Y$ – поперечна сила в небезпечному перерізі B .

З метою визначення похибки, яка виникає при застосуванні формули (6) була створена скінчено елементна модель [2] балки (рис. 2) двотаврового перерізу (рис. 3) із наступними параметрами: $l = a + b = 1000$ мм; $a_1 = 50$ мм; $a_2 = 46.7$ мм; $b_1 = 2.5$ мм; $b_2 = 63.5$ мм; $E = 0.7$ ГПа; $\mu = 0.33$. У свою чергу, скінчено елементна модель була перевірена співставленням результатів розрахунку консольної балки прямокутного перерізу із точним рішенням, отриманим методами теорії пружності [3]. Розбіжність результатів знаходилась у межах від 0,04% (для довгої балки із відношенням її довжини до висоти поперечного перерізу $L/h = 5$) до 2,5% (для короткої балки із відношенням $L/h = 1,5$).

Розбіжність результатів розрахунку реакції опори A статично невизначуваної двопрогінної нерозрізної балки двотаврового поперечного перерізу, отримані при застосуванні формули (6), Y_6 із результатами її розрахунку, здійснених методом скінчених елементів, Y_{MCE} наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Розбіжність результатів розрахунків

Відношення відстані між близько розташованими опорами до висоти перерізу, $a/2a_2$	Розбіжність, $\frac{Y_6 - Y_{MCE}}{Y_{MCE}} 100\%$
5,0	0,8
4,0	1,3
3,0	2,2
2,0	4,4
1,9	4,8
1,8	5,3
1,7	6,5
1,6	8,8

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки.

Висновки:

1. Для статично невизначуваної двопрогінної нерозрізної балки з близьким розташуванням опор, яка є ідеалізованою балкою крила літака, на основі відомих теоретичних залежностей побудована її спрощена аналітична модель для здійснення оціночних розрахунків на міцність і жорсткість.

2. Розбіжність результатів розрахунку реакції опори двопрогінної статично невизначуваної балки двотаврового поперечного перерізу при дії рівномірно розподіленого по її довжині навантаження при застосуванні створеної моделі у порівнянні з чисельними розрахунками методом скінчених елементів зростає при зменшенні відношенні відстані між її близько розташованими опорами до висоти поперечного перерізу. При цьому відношенні більшому ніж 1,9 розбіжність не перевищує 5%.

3. Побудована аналітична модель, може бути використана для оціночних розрахунків на міцність і жорсткість на етапі вибору конструктивних рішень при проектуванні балки крила літака, коли відношення висоти поперечного перерізу балки до відстані між її близько розташованими опорами не перевищує 1,9.

Список використаних джерел

1. Писаренко Г.С. Опір матеріалів: Підручник / Г.С.Писаренко, О.Л.Квітка, Е.С.Уманський; За ред. Г.С.Писаренка. – К. : Вища шк., 1993.–655с.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984.-428 с.
3. Теория упругости, перев. с англ. Тимошенко С.П., Гудьер Дж., М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1975.– 576 с.