

УДК 621.91.01

К. Р. Перевозник, В. К. Фролов

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

### Втрата стійкості довгомірних інструментальних оправок

Під час оброблення глибоких отворів консольно закріплений інструмент є визначальним елементом технологічної обробляючої системи (ТОС), а також найбільш «слабким» ланцюгом ТОС за критеріями жорсткості, міцності та стійкості. Наразі відомо про дослідження втрати осьової стійкості інструмента при глибокому свердлінні [1-3], однак досі не вивчалися умови та наслідки втрати стійкості довгомірних інструментальних оправок при розточуванні глибоких отворів.

Для розточування глибоких отворів використовується довгомірна інструментальна оправка циліндричної форми, на яку діє осьова складова сили різання  $P_x$ . Чим глибший оброблюваний отвір, тим більша повинна бути довжина інструментальної оправки. Таким чином, довгомірна інструментальна оправка може вважатися довгим стрижнем, на який діє зовнішня поздовжня сила. У випадку навантаження довгого стрижня зовнішньою поздовжньою силою до нього висуваються вимоги щодо стійкості. Стійкість оправки – її здатність чинити опір зовнішнім навантаженням та зберігати при цьому початкову форму рівноваги.

Отже, на поздовжню стійкість інструментальної оправки впливає осьова складова сили різання. Тому доцільно розглянути питання про умови та наслідки втрати стійкості довгомірної інструментальної оправки.

Якщо стискаюче навантаження сприймає короткий брус великої жорсткості (рис. 1, а), то на міцність та жорсткість його розраховують за формулами для осьового стиснення. У випадку сприйняття стискаючого навантаження довгим тонким стрижнем (рис. 1, б), останній може викривитися (рис. 1, в).

Довгомірні інструментальні оправки при глибокому розточуванні характеризуються тим, що розміри поперечного перерізу малі у порівнянні з довжиною оправки. Тому для надійної роботи довгого та тонкого стрижня,

яким і є довгомірна розточувальна інструментальна оправка, необхідно забезпечити стійкість такого стрижня.

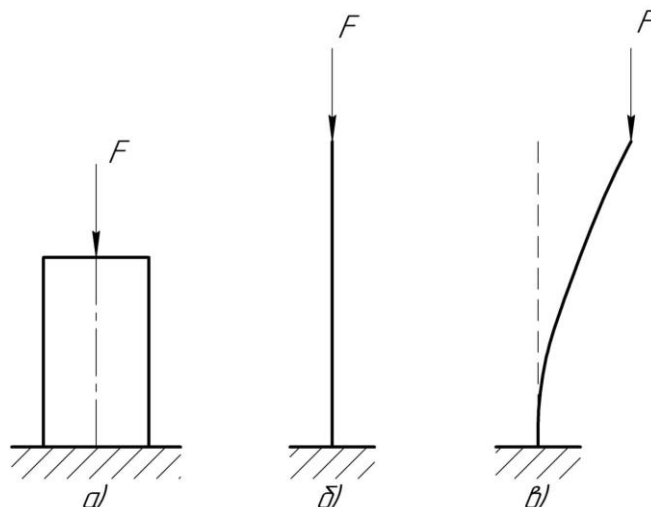


Рис. 1. Стискаюче навантаження, що діє вздовж осі стрижня

Якщо стискаюча сила  $F$  призводить до того, що стрижень буде продовжувати самостійно згинатися до певної криволінійної форми рівноваги або до руйнування, то така сила вважається критичною  $F_k$ . Інакшими словами, критична сила – це навантаження, перевищення якого викликати втрату стійкості первісної форми тіла.

Узагальнена формула для визначення критичної сили при вирішенні задач на стійкість стиснутого стрижня виглядає наступним чином [4-6]:

$$F_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (1)$$

де  $\mu \cdot l = l_{пр}$  – приведена довжина стрижня;  $l$  – фактична довжина стрижня;  $\mu$  – коефіцієнт приведеної довжини (для консольного стрижня становить  $\mu = 2$ );  $E$  – модуль пружності першого роду;  $I_{min}$  – найменший з осьових моментів інерції перерізу стрижня.

Вважаючи, що інструмент закріплений консольно ( $\mu = 2$ ), з формули (1) отримуємо значення критичної поздовжньої сили для довгомірної інструментальної оправки. При цьому вважаємо, що оправка в поперечному перерізі кругла, тобто  $I_{min} = \pi D^4 / 64$ .

$$P_{хк} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot \pi D^4}{(2 \cdot L)^2 \cdot 64} = \frac{\pi^3 \cdot E \cdot D^4}{256 \cdot L^2}, \quad (2)$$

де  $D$  – діаметр оправки, м;  $L$  – довжина оправки, м.

Отже, осьова складова сили різання при розточуванні не повинна перевищувати значення, розрахованого за формулою (2).

Розглянемо шарнірно опертий стрижень, стиснутий постійною силою  $P_x$ , який обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  (рис. 2) [7]. Вважаємо, що вісь ненавантаженого стрижня, який перебуває в стані спокою, вздовж якої напрямлена вісь  $x$ , є ідеальною прямою.

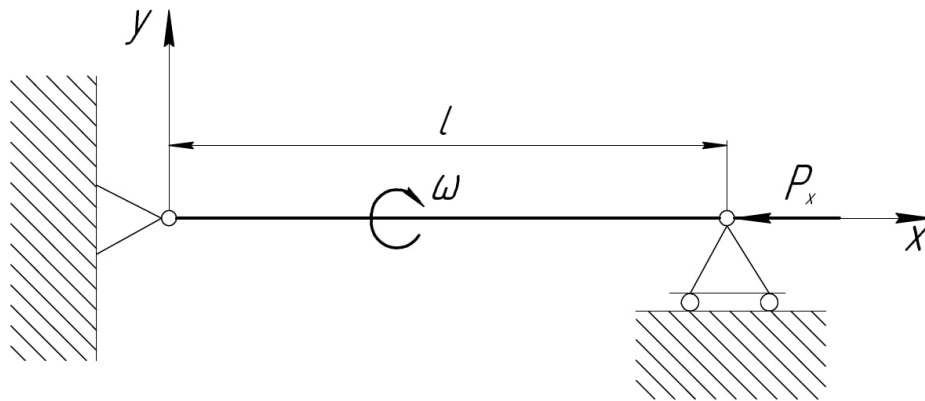


Рис. 2. Стиснутий шарнірно опертий стрижень, що обертається

У навантаженому стані на стрижень з викривленою віссю, окрім сили  $P_x$ , лінія дії якої проходить через центри шарнірів, діє також розподілене відцентрове навантаження  $q(x) = m(x)\omega^2 y(x)$ , де  $m(x)$  – маса одиниці довжини стрижня,  $y(x)$  – деформація (прогин) навантаженого стрижня. Необхідно визначити умови, за яких навантажений стрижень втрачає стійкість.

Для рівноваги частини викривленого стрижня (рис. 2) необхідно, щоб сума моментів всіх сил, що діють на цю частину стрижня, відносно довільної точки дорівнювала нулю:

$$M + M_{P_x} + M_q = 0, \quad (3)$$

де  $M$  – внутрішній згинаючий момент;  $M_{P_x}$ ,  $M_q$  – моменти сили  $P_x$  та розподіленого навантаження  $q$  відповідно.

Ці моменти пов'язані з поперечним згином залежностями.

$$M = EI\rho(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{-1.5}; \quad (4)$$

$$M_{P_x} = P_x y; \quad (5)$$

$$M_q = \frac{x}{l} \int_0^l \left[ \int_0^{x_1} q(x_2) dx_2 \right] dx_1 - \int_0^x \left[ \int_0^{x_1} q(x_2) dx_2 \right] dx_1, \quad (6)$$

де  $l$  – довжина стрижня;  $E$  – модуль пружності;  $I$  – момент інерції перерізу;  $\rho(x)$  – функція, яка характеризує зміну жорсткості по довжині стрижня;  $x_1, x_2$  – змінні інтегрування.

Рівняння прогину стрижня (3) з врахуванням виразів для моментів (4-6) набуває вигляду:

$$EI\rho(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{-1.5} + P_x y + \frac{x}{l} \int_0^l \left[ \int_0^{x_1} q(x_2) dx_2 \right] dx_1 - \int_0^x \left[ \int_0^{x_1} q(x_2) dx_2 \right] = 0 \quad (7)$$

При суворій нелінійній постановці граничні умови задачі ставляться з врахуванням зміщення правого кінця стрижня  $\Delta = \int_0^l \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx$ , обумовленого його вигином (деформація стиснення стрижня нехтується):

$$y(0) = y(l - \Delta) = 0. \quad (8)$$

Умови на правому кінці стрижня залежать від рішення задачі, і, отже, рівняння (7) і (8) повинні розглядатися як система залежних рівнянь, рішення якої може бути отримане лише численними методами. Для використання аналітичних методів рішення доцільно перейти від системи координат  $(x, y)$  до системи  $(s, y)$ , де  $s$  – координата, яка співпадає з викривленою віссю стрижня (рис. 3).

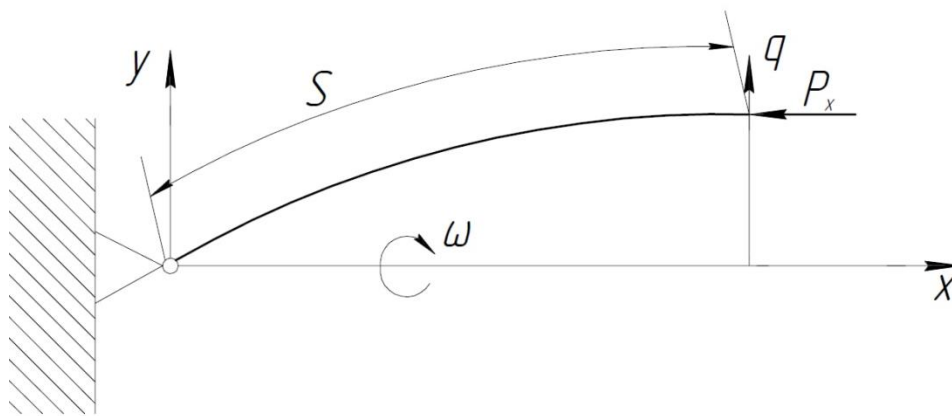


Рис. 3. Викривлений стиснутий шарнірно опертий стрижень, що обертається:

$s$  – координата, яка співпадає з викривленою віссю стрижня

Зв'язок координат  $x$  і  $s$  можна виразити відомим співвідношенням диференційних операторів:

$$\frac{d}{dx} = \left[ 1 - \left( \frac{dy}{ds} \right)^2 \right]^{-0.5} \frac{d}{ds}. \quad (9)$$

Після вирішення спектральної задачі отримуємо наближене значення критичної осьової складової сили різання для інструментальної оправки:

$$P_{xk} = \frac{EI\pi^2}{4l^2} - \frac{m_0\omega^2 4l^2}{\pi^2}. \quad (10)$$

Також можна визначити критичну швидкість обертання стрижня:

$$\omega = \sqrt{\frac{EI\pi^4}{16m_0l^4} - \frac{P_x\pi^2}{4m_0l^2}}. \quad (11)$$

Враховуючи формулу (10) та те, що  $m_0 = m/l$ , де  $m$  – маса оправки, будуємо графік залежності величини критичної осьової складової сили різання від частоти обертання (рис. 4). Приймаємо, що довжина інструментальної оправки становить  $l = 300$  мм.

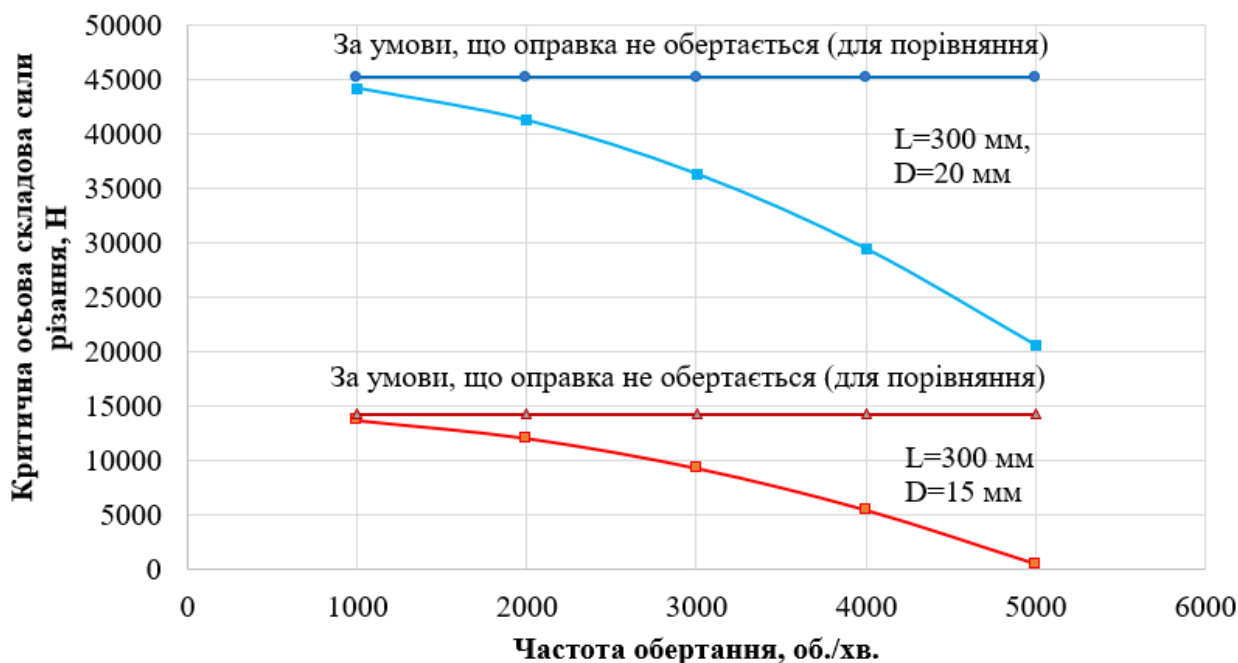


Рис. 4. Графік залежності величини критичної осьової складової сили різання від частоти обертання (на графіку для порівняння наведено величини критичної сили за умов, коли оправка не обертається)

З графіку на рис. 4 можна зробити висновок, що при збільшенні частоти обертання оправки значення критичної поздовжньої стискувальної сили зменшуватиметься з квадратичною залежністю.

Попередньо розглядалися ідеальні стрижні з прямолінійною віссю, навантажені стискаючою силою, яка діє по осі стрижня. Як правило, до реальних стрижнів стискаючі сили можуть бути прикладені з певним ексцентриситетом [8-9]. Прикладом такого стрижня є саме довгомірна інструментальна оправка, на яку осьова складова сила різання діє з ексцентриситетом, що рівний радіусу оправки.

На рис. 5 представлено розрахункову схему позацентрово-стиснутого стрижня, жорстко закріпленого та навантаженого на вільному кінці ексцентрично прикладеною силою.

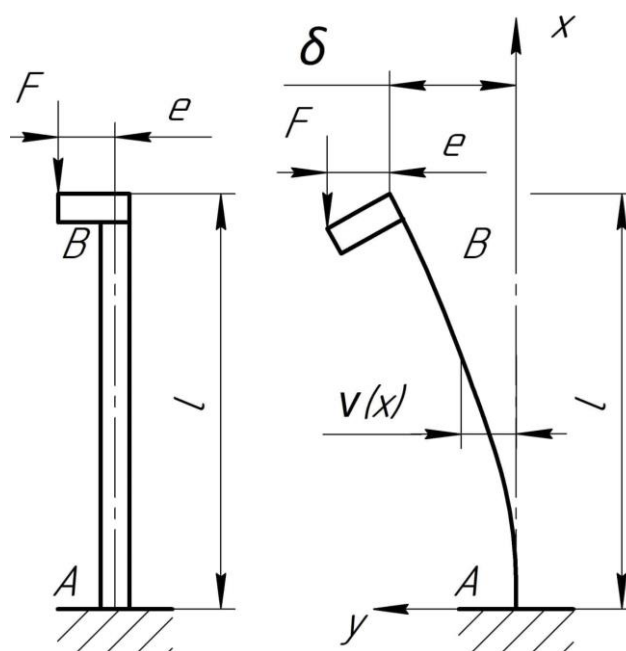


Рис. 5. Розрахункова схема стрижня, жорстко закріпленого та навантаженого на вільному кінці ексцентрично прикладеною силою:  $F$  – сила, яка діє на стрижень;  $e$  – ексцентриситет, з яким прикладена сила  $F$ ;  $A$  – точка закріплення стрижня;  $B$  – вільний кінець стрижня;  $l$  – довжина стрижня;  $\delta$  – величина прогину на кінці стрижня

Диференційне рівняння вигнутої осі стрижня матиме наступний вигляд:

$$EIv'' = M = F(e + \delta - v), \quad (12)$$

де  $v(x)$  – величина прогину стрижня на відстані  $x$  від точки  $A$ .

Після розв'язання диференційного рівняння (12) отримуємо залежності для визначення величин прогину на кінці стрижня та прогину у довільному перерізі:

$$\delta = e \left( \frac{1}{\cos \sqrt{\frac{F}{EI}} l} - 1 \right); \quad (13)$$

$$v = \frac{e}{\cos \sqrt{\frac{F}{EI}} l} \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{F}{EI}} x \right). \quad (14)$$

### Висновки

1. Під час глибокого розточування довгомірної інструментальної оправки піддається впливу осьової складової сили різання. Теоретично таку оправку можна вважати довгим стрижнем, на який діє зовнішня поздовжня сила. У випадку навантаження оправки силою вищою за критичну вона втрачає стійкість, що може призводити до її згину або руйнування.

2. В роботі отримано залежності для визначення критичної сили стиснутої оправки та стиснутої оправки, що обертається. Також виконаний розрахунок для визначення деформації (прогину) оправки, на яку осьова складова сили різання діє позацентрово.

### Список використаних джерел

1. Свяцький В. В. Підвищення продуктивності процесу глибокого свердління / В. В. Свяцький, О. В. Скрипник // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон : ХНТУ. – 2017. № 2(61). – С. 105-113.

2. Пестунов В. М. Решение проблем глубокого сверления в металлообработке / В. М. Пестунов, В. В. Свяцкий, Л. П. Свяцкая // Вестник НТУУ „КПИ”. Машиностроение. – К.: НТУУ „КПИ”, 2006. – № 49. – С. 173-178.

3. Бурмистров Е. В. Крутильные колебания и их влияние на стойкость сверл малых диаметров при обработке жаропрочных и титановых сплавов / Е. В. Бурмистров, Е. М. Мурашкин, А. В. Таратов // Прогрессивные конструкции сверл и их рациональная эксплуатация. – Вильнюс: ЛитНИИТИ, 1974. – С. 13.

4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів : підруч. / Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Є. С. – К.: Вища школа, 1993.

5. Лекции по устойчивости стержневых систем : методические указания для магистров, обучающихся по направлению 27010068 «строительство» по программе «теория и проектирование зданий и сооружений» / составитель А. А. Битюрин. – Ульяновск : УлГТУ, 2011. – 63 с.

6. Боднарь Т. А. Об устойчивости эйлера стержня // ПМТФ. 1993. Т. 34. №3. С. 141-149.

7. Боднарь Т. А. Устойчивость вращающегося сжатого стержня // ПМТФ. 2000. Т. 41. №4. С. 190-197.

8. Астапов Н. С., Корнев В. М. Выпучивание эксцентрично сжатого упругого стержня // ПМТФ. 1996. Т. 37, №2. С. 162–169.

9. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967.