УДК 519.237.5: 621.9
К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

## Науково обґрунтовані емпіричні формули

Масове використання мікропроцесорів для керування різноманітними пристроями, включаючи побутові, підвищує вимоги відповідності вбудованих в них моделей до описуваних процесів. Часто для зменшення витрат на побудову емпіричних моделей і прискорення їх побудови використовують моделі (емпіричні формули) з різноманітних довідників [1].

Зауважимо небезпеки такого використання. Як правило, ці формули отримані фактично за методикою 19 століття, яка після створення теорії планування експериментів де факто вже не є науковою. Сама загальна структура моделі різання необґрунтована фізично, її використання приводить до порушень положень регресійного аналізу і зниження достовірності результатів [2, 3].



Метою роботи є порівняння емпіричних формул, отриманих традиційними способами за експериментом і такими ж при застосуванні теорієї планування експериментів.

Розглядається побудова залежності стійкості від режимів різання різців с пластинками зі сплаву Т14К8.

Результати отримані як експериментально [4], так і за формулами з довідника [1]. Крім того, виконана побудова регресійних моделей як за експериментальними даними (матриця отримана за вимогами теорії планування експериментів [5, 6, 7, 8], так і за розрахунковими для аналізу структури залежності (конкретна специфікація).

Виконано порівняння результатів, отриманих експериментально з розрахованими за довідником (див. табл.1).

В табл.1 група стовпчиків порівняння має наступні значення: НМДІ і ВМДІ – відповідно нижня і верхня межа довірчого інтервалу для середнього в конкретному експерименті; «За формулою» – значення, розраховане за формулою з довідника для відповідних умов; «%відхилення» – відхилення (в

© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

%) значення, розрахованого за формулою від середнього отриманого експериментально.

***Точність опису.***

Розглянемо точність опису експериментальних даних за різними способами отримання (див. табл.1).

Таблиця 1. Відповідність експериментальних і розрахункових даних

| №експ | v,м/с | s, мм/об | t,мм | Стійкість Т, хв | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Експеримент | | | | Порівняння | | | |
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_{середнє}$ | НМДІ | За формулою | ВМДІ | %відхилення |
| 1 | 56 | 0,049 | 2 | 95 | 156 | 132 | 128 | 93,23 | 214,55 | 162,77 | 67,62 |
| 2 | 226 | 0,049 | 2 | 25 | 31 | 23 | 26,3 | 21,59 | 31,73 | 31,01 | 20,63 |
| 3 | 56 | 0,2 | 2 | 135 | 129 | 85 | 116,3 | 85,41 | 120,53 | 147,19 | 3,64 |
| 4 | 226 | 0,2 | 2 | 14 | 16 | 22 | 17,3 | 12,59 | 17,82 | 22,01 | 3,02 |
| 5 | 56 | 0,049 | 0,5 | 162 | 264 | 185 | 203,6 | 143,06 | 176,70 | 264,14 | -13,21 |
| 6 | 226 | 0,049 | 0,5 | 45 | 78 | 40 | 54,3 | 30,94 | 26,13 | 77,66 | -51,88 |
| 7 | 56 | 0,2 | 0,5 | 143 | 215 | 170 | 176 | 134,84 | 99,27 | 217,16 | -43,60 |
| 8 | 226 | 0,2 | 0,5 | 10 | 8 | 12 | 10 | 7,74 | 14,68 | 12,26 | 46,79 |
| 9 | 141 | 141 | 141 | 124 | 68 | 45 | 79 | 33,02 | 38,68 | 124,98 | -51,04 |

Перевірка наявності зв’язку між експериментальними та формульними результатами підтверджує його наявність: коефіцієнт кореляції 0,810651 статистично значущий ($t_{розр}$=3,66>$t_{кр}$=2,36). З табл..1 і рис.1. видно, що 44,44% значень, прогнозованих за формулою виходить за межі довірчих інтервалів, причому, в більшості випадків досить далеко. Характер відхилень свідчить про нерівномірність апроксимації теоретичною формулою процесу різання 1, можливо, невірно вибраній загальній специфікації моделі.

Тобто, в цілому, означена формула відображає залежність стійкості від технологічних факторів, але точність опису невисока. Це означає, що її можливо використовувати тільки для отримання приблизних загальних характеристик. Точність опису залежить від області значень факторів і не описана в літературі.



© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

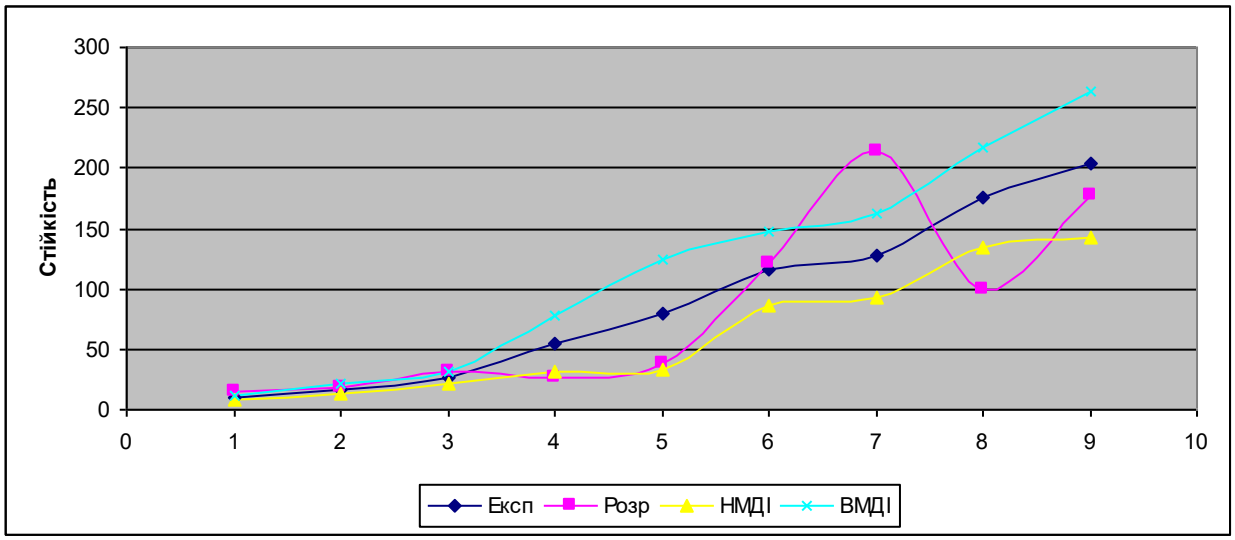


Рис.1. Порівняння експериментальних і формульних результатів

***Структура зв'язків***

Крім точності, в багатьох випадках велике значення має і структура зв'язків факторів зі досліджуваною змінною. Вона потрібна для прийняття рішень при проектуванні і автоматизації технологічних процесів.

Для порівняння структури зв'язків побудуємо регресійні моделі для обох видів даних (експериментальні і отримані для тих же умов за формулою). Для коректності порівнянь моделі в усіх випадках побудовані за ортонормованими матрицями, отриманими з вихідної навчальної.



За побудованою для всіх ефектів моделлю виконаємо порівняння за абсолютним значенням розрахованого коефіцієнта Стюдента для ефектів. Більш точним порівнянням структури є частки суми квадратів розсіяння, яка пояснюється даним ефектом, або, можливо, бета-коефіцієнт. Але дослідники, як правило, не оперують цими поняттями.

Аналіз рис.2 показує, що структури зв'язків, які описуються різними моделями не співпадають. Тобто, відповідність сили впливу ефектів відсутня і теоретична формула не дає можливості правильно аналізувати структурні зв'язки між сукупністю факторів і відгуком. Цей факт є також непрямим свідченням невірно вибраної загальної специфікації теоретичної формули.

© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

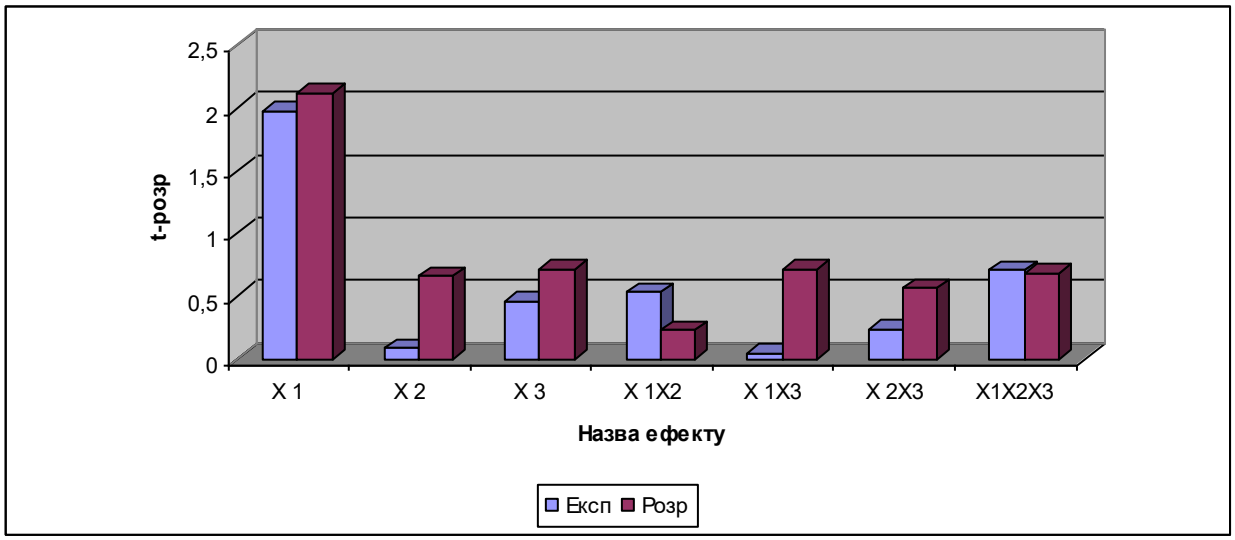


Рис.2. Порівняння сили впливу за розрахунковим значенням

Розглянемо характер співвідношень сили впливу ефектів між собою (рис.3). В усталених системах співвідношення сили впливу ефектів відповідає експоненціальній залежності [9]. Для моделі, отриманій за експериментальними даними, така відповідність наявна, для формули такої відповідності немає: більшість ефектів мають однаковий вплив. Це часта помилка для формул, побудованих теоретично.



При побудові моделей за допомогою покрокової регресії для визначення значущих ефектів отримані різні структури (див. табл..2).

Модель за експериментом має наступний вигляд

$$\hat{Y} = 100,8242 - 90,6039x_1 - 20,0898x_3 - 34,4368x_1x_2 + 43,18359x_1x_2x_3$$

Таблиця 2. Порівняння структури моделей

| Ефект | Модель за даними експерименту | Модель за даними формули |
|---|---|---|
| $X_1$ | + | + |
| $X_2$ | – | + |
| $X_3$ | + | + |
| $X_1X_2$ | + | + |
| $X_1X_3$ | – | + |
| $X_2X_3$ | + | + |
| $X_1X_2X_3$ | + | + |

© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

Якщо для моделі, побудованої за експериментальними даними відбулося відкидання незначущих ефектів, то модель за формулою включає всі ефекти, оскільки (див. вище) в її специфікації необґрунтовано закладено однаковий вклад ефектів.

Порівняння основних статистичних характеристик моделей приведено в табл..3. Як видно, інформативність моделі за формулою (розрахункове F-відношення для R і скорегований коефіцієнт множинної кореляції ) значно нижче значно нижче, ніж моделі за експериментом. Це пояснюється наявністю в ній незначущих ефектів. Відповідно і залишкова дисперсія в ній більше майже в 2,5 рази.

Таблиця 3. Статистичні характеристики моделей

| Статистична характеристика | Модель за даними експерименту | Модель за даними формули |
|---|---|---|
| Частка, пояснювана моделлю, $R^2$ | 0,847688 | 0,879944 |
| Множинний коефіцієнт кореляції, R | 0,9207 | 0,938054 |
| Розрахункове F-відношення для R | 3,339291 | 1,047069 |
| Коеф. множинної кореляції (скорег) | 0,833892 | 0,720956 |
| Залишкова дисперсія | 2222,618 | 5539,006 |
| Середній % відхилення | 29,21415 | 34,54693 |
| Середнє абсолютне відхилення | 19,69747 | 18,88669 |



© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

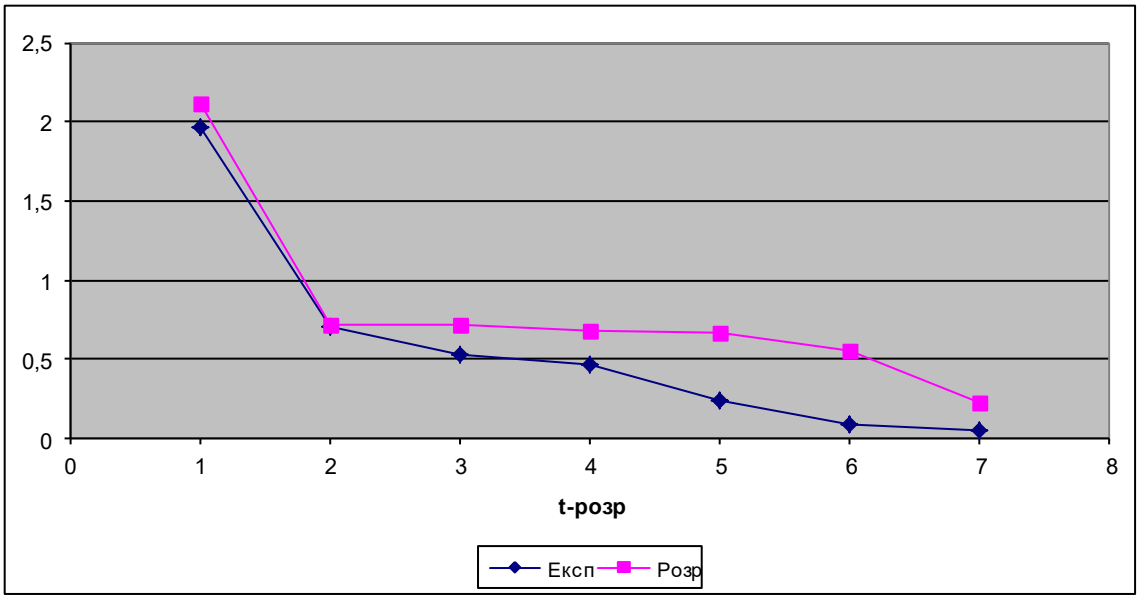


Рис.3. Упорядкована сила впливу ефектів

З рис. 4 видно, що виходів за межі довірчого інтервалу для моделі за формулою 44,44% (проти 22,22% для моделі за експериментом) і за абсолютним значенням вони більші максимальне: 67,25% проти 9,36%, а середнє 28,65% проти 6,46%.



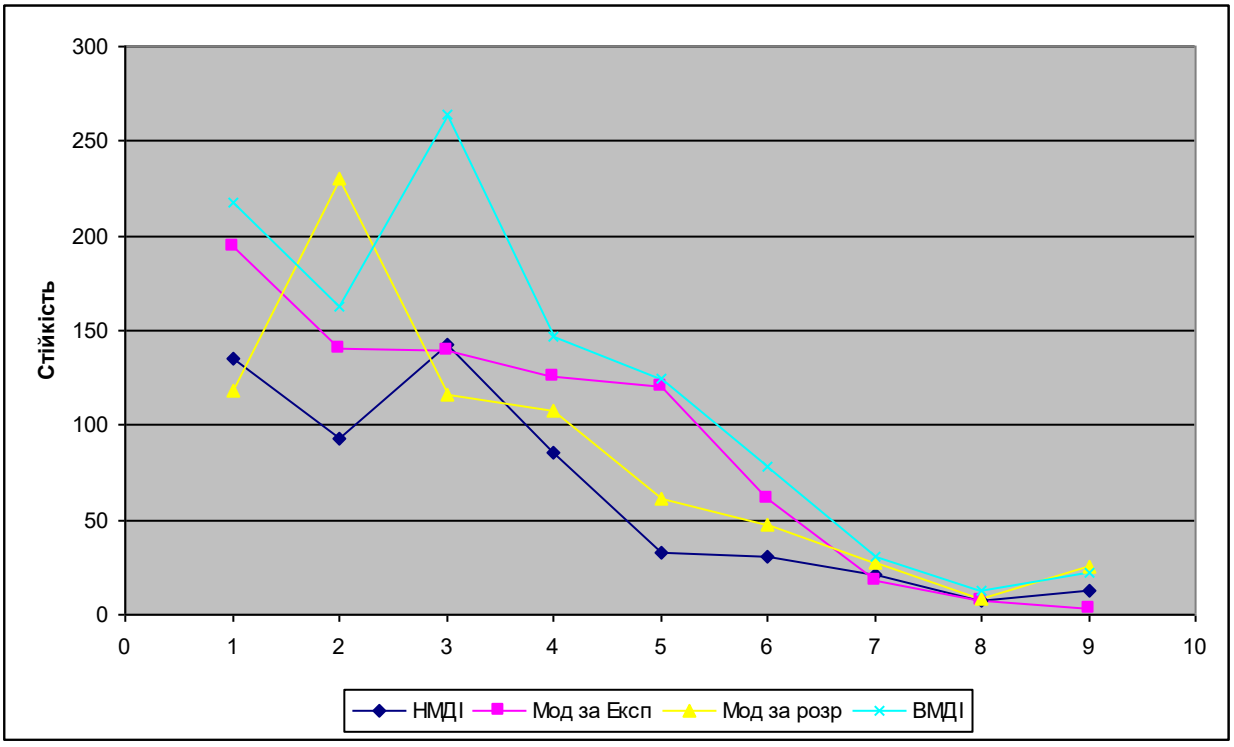


Рис.4. Відповідність моделей експериментальним даним

© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021

### *Висновки*

1. В цілому для грубих оцінок формула в довіднику відповідає експериментальним даним.
2. Точність опису, яка забезпечується теоретичною в довідниках незадовільна для якісного і надійного прогнозу.
3. Структура зв'язків теоретичної формули не відповідає ні експериментальним даним, ні системним положенням.
4. Для отримання науково обґрунтованих емпіричних формул необхідно користуватись теорією планування експериментів.

Список використаних джерел

1. Кроль О.С. Методы и процедуры оптимизации режимов резания / Кроль О.С. –Луганськ: Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля, 2013. –115с.

2. Лапач С.М. Регресійні моделі процесів різання металів: специфікація і адекватність / С.М. Лапач // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Машинобудування». - –2014, №3(72). –С.40–47.

3. Лапач С.Н. Проблемы построения математических моделей экспериментально-статистическими методами / С.Н. Лапач // Прогресивна техніка і технологія машинобудування, приладобудування і зварювального виробництва. Праці НТУУ "КПІ", –Т. 2, –К.: НТУУ "КПІ", –1998. –С.25–29.

4. Кацев П.Г. Статистические методы исследования режущего инструмента. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Кацев П.Г. –М.: Машиностроение, 1974. –231с.

5. Лапач С.Н. Планирование, регрессия и анализ моделей PRIAM (ПРИАМ) / Лапач С.Н., Радченко С.Г., Бабич П.Н. //Каталог программные продукты Украины. К.: 1993. С. 24–27.

6. Лапач С.Н. Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel –2 изд. перераб. и доп. / Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. –К.: 2001, Морион. – 408с.

7. Радченко С.Г. Методология регрессионного анализа / Радченко С.Г. –К.: «Корнійчук», 2011. –376с.

8. Лапач С.Н. Регрессионный анализ. Процессный подход / С.Н. Лапач //Математичні машини і системи, 2016. № 1. –С.129–138

9. Satterthwaite F.E. Random Balance Experimentation / Satterthwaite F.E. // Technometrics, 1959, v. 1, №2., –P. 111–137.



© К.Ф. Хоменко, С.М. Лапач 2021