

УДК 519.237.5: 621.9

А.В. Мигович, С.М. Лапач

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

Неоднорідність факторного простору при моделюванні процесів різання

При моделюванні технологічних процесів взагалі і обробки різанням зокрема широко застосовується планування експериментів і регресійний аналіз [1-5]. Разом з тим ці процеси достатньо складні для того, щоб при застосуванні регресійного аналізу викликати проблеми при побудові і інтерпретації моделей [6]. Одна із таких проблем – неоднорідність (кускова неперервність) факторного простору, яка робить неможливими отримання єдиної для всього факторного простору задовільної для практики математичної моделі [7]. Це викликано тим, що в різних частинах факторного простору залежності відгуку від факторів носять відмінний одне від одного характер.

Розглянемо методичний підхід до розв'язання задач даного класу на прикладі обробки різанням.

Експерименти виконані за планом, приведеним в табл. 3 з потрійним дублюванням експериментів в кожній точці плану.

Таблиця 1. Матриця експерименту

№ екп.	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3
1	56	0,049	0,5	20,87912	30,95238	27,04913
2	226	0,049	0,5	7,763975	9,037901	7,348243
3	56	0,2	0,5	27,55102	26,59794	19,14414
4	226	0,2	0,5	5,30303	5,776173	7,119741
5	56	0,049	2	32,27092	47,39677	35,50864
6	226	0,049	2	11,84211	17,93103	10,84011
7	56	0,2	2	28,83075	40,11194	33,1383
8	226	0,2	2	4,347826	3,846154	4,83871
9	0	0	0	25,77963	16,11384	4,84211

За приведеними експериментами отримана регресійна модель

$$Y_1 = 18,9689 - 12,0718x_1, \text{ де } x_1 = 0,00797872(X_1 - 125,333).$$

Модель адекватна і має задовільні статистичні характеристики, але низьку точність апроксимації (див. табл. 2 колонка Y_1). Негативною стороною також є те, що ця модель включає тільки один фактор x_1 .

Спроба побудови моделі, яка включає всі досліджувані фактори, приводить до наступної моделі

$$Y_2 = 18,9689 - 11,5565x_1 - 15,0803z_1 + 4,47229x_3 - 2,92537x_2 - 5,05691x_1x_3 - 6,97972z_2x_3, \text{ де } x_1 = 0,00797872(X_1 - 125,333); z_1 = 1,82325(x_1^2 - 0,0823087x_1 - 0,533839); x_2 = 9,03614(X_2 - 0,110667); z_2 = 1,8307(x_2^3 - 0,849613x_2 - 0,538721); x_3 = 0,9(X_3 - 1,11111).$$

Модель має гірші статистичні характеристики і є не адекватною, хоча має задовільну точність апроксимації (див. табл. 2 колонка Y_2).

Так ситуація викликає підозру про неоднорідність факторного простору: залежність існує, але ми не отримуємо моделі задовільної точності чи статистичних характеристик.

Таблиця 2. Характеристики моделей, побудованих за всією матрицею експерименту

Параметри статистичного аналізу		Умовні позначення	Y_1	Y_2
Перевірка гіпотези про відтворюваність результатів експерименту	Дисперсія відтворюваності	$s_{\text{восп}}^2$	29,9194	
	Середньоквадратичне відхилення	$s_{\text{восп}}$	5,46987	
	Число степенів свободи для дисперсії відтворюваності	$f_{\text{восп1}}$	9	
		$f_{\text{восп2}}$	2	
	Експериментальне значення G -критерію	$G^{\text{експ}}$	0,407798	
	Критичне значення G -критерію	$G^{\text{крит}}$	0,477494	
	Рівень значущості	α	0,05	
гіпотези про адекватність	Дисперсія залишкова	$s_{\text{ад}}^2$	75,4142	3,17389
	Експериментальне значення F -критерію	$F^{\text{експ}}$	2,52058	9,426729

	Критичне значення F -критерію	$F^{\text{крит}}$	2,57672	5,143253
	Число степенів свободи для адекватності	$f_{\text{ад1}}$	6	2
		$f_{\text{ад2}}$	2	6
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	Адекватність моделі		адекватна	не адекватна
Аналіз інформативності моделі	Коефіцієнт множинної кореляції	R	0,755074	0,9972
	Число степенів свободи для коефіцієнтів моделі	$f_{k'}$	1	6
	Число степенів свободи для залишкової суми квадратів	$f_{\text{зал}R}$	25	20
	Експериментальне значення F -критерію	$F^{\text{експ}}$	9,28425	59,2725
	Критичне значення F -критерію	$F^{\text{крит}}$	4,2417	2,59898
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	Критерій Бокса и Веца	γ	0	1
	Інформативність моделі		низька	задовільна
Число обумовленості	$\text{cond}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})$	1	1,84359	
Середнє абсолютних величин відносних похибок апроксимації	$ \bar{e}_{\text{номн}} , \%$	41,947	6,2534	
Середнє абсолютних величин абсолютних похибок апроксимації	$ \bar{e}_u $	5,78588	0,644457	
Частка розсіяння, пояснювана моделлю	$Q_{\hat{y}}$	0,570137	0,994408	

Розподіл сили впливу регресорів для моделі 2 показано на рис. 1. Основний вплив виказує перший фактор (лінійною та квадратичною складовими). Вплив інших факторів порівняно слабкий. Присутні також взаємодії факторів, крім першого з другим. При цьому наявна взаємодія ефекту другого порядку другого фактору з ефектом першого порядку третього. Вплив взаємодій незначний порівняно з впливом першого фактору. Спад впливу ефектів має характерну експоненціальну залежність відповідно принципу Саттерзвайта.

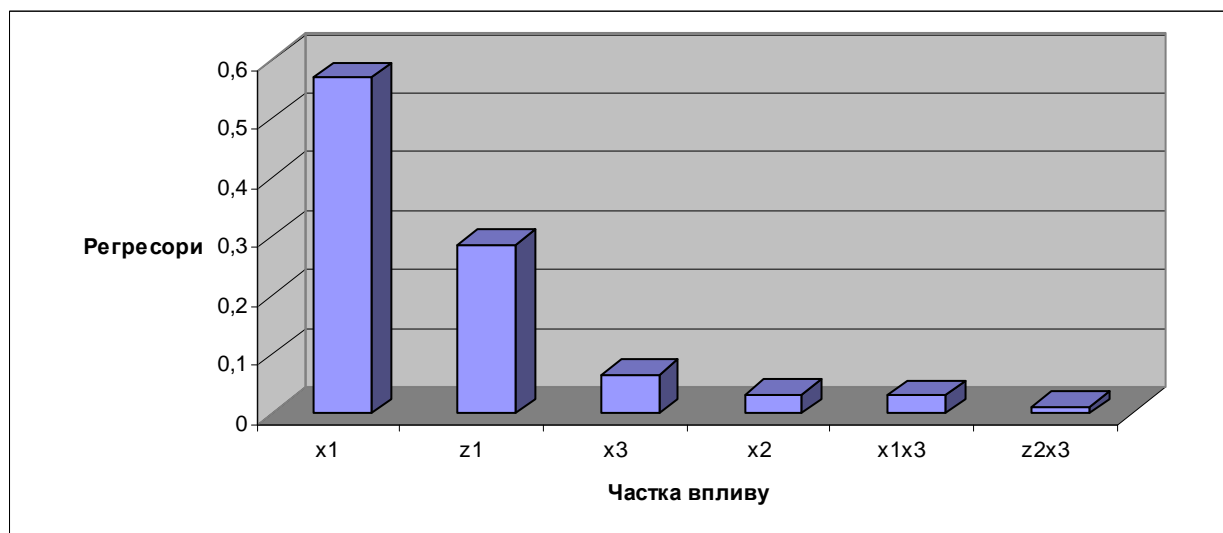


Рис.1. Розподіл сили впливу за окремими регресорами

Слід зауважити, що крім першого фактору, включення інших сумнівне в зв'язку з тим, що їх сила впливу мала порівняна з випадковою похибкою.

Використовуючи нечіткий кластерний аналіз [8] і розроблену методику [6, 9, 10] встановлено, що факторний простір розпадається на два кластери (якість розділення 0,946). Визначення кластерів за значеннями факторів приведено в табл. 3, з якої видно що розподіл відбувається в залежності від значень змінної x_1 : при малих значеннях x_1 маємо кластер №1, а при великих – №2.

Таблиця 3. Визначення дискримінуючої змінної та її значень

Змінна №1	Кластер №1		Кластер №2	
	Частота Так	Частота Ні	Частота Так	Частота Ні
56	4	0	0	4
226	0	4	4	0
0	1	0	0	1

Навіть попередній статистичний аналіз показує відмінний характер залежності в різних кластерах (див. дисперсія відносно загального середнього в табл. 4). Величина дисперсії відносно загального середнього, яка характеризує, наскільки сильним є розсіяння від впливу не випадкових факторів, для різних кластерів розрізняється більш ніж в п'ять разів.

Таблиця 4. Рівень випадкових факторів по окремих кластерам

Кластер	Дисперсія відносно загального середнього	$F_{\text{експ}}$	$F_{\text{крит}}$	V_1	V_2
1	78,4842	1,553290	3,478050	4	10
2	15,9243	3,828804	4,066181	3	8

Побудова регресійних моделей за окремими кластерами дала наступні результати:

$$Y_1 = 28,3877 + 8,71811x_1 - 2,59377x_2x_3, \text{ де } x_1 = 9,96016(X_2 - 0,996); x_3 = X_3 - 1.$$

$$Y_2 = 7,99958 - 2,79431x_2 - 1,80245x_2x_3, \text{ де } x_2 = 13,245(X_2 - 0,1245); \\ x_3 = 1,33333(X_3 - 1,25).$$

Моделі адекватні, мають задовільні статистичні характеристики і набагато кращу точність опису експериментальних даних (табл. 5).

Таблиця 5. Характеристики якості моделей, побудованих за окремими кластерами

Параметри статистичного аналізу		Умовні позначення	Y_1	Y_2
Перевірка гіпотези про відтворюваність результатів експерименту	Дисперсія відтворюваності	$s_{\text{восп}}^2$	50,5277	4,15909
	Середньоквадратичне відхилення	$s_{\text{восп}}$	7,10828	2,03938
	Число степенів свободи для дисперсії відтворюваності	$f_{\text{восп1}}$	5	4
		$f_{\text{восп2}}$	4	2
	Експериментальне значення G -критерію	$G^{\text{експ}}$	0,434652	0,885212
	Критичне значення G -критерію	$G^{\text{крит}}$	0,990000	0,987500
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
Перевірка гіпотези про адекватність моделі	Дисперсія залишкова	$s_{\text{ад}}^2$	5,92885	3,54498
	Експериментальне значення F -критерію	$F^{\text{експ}}$	8,52234413	1,7323
	Критичне значення F -критерію	$F^{\text{крит}}$	19	18,51282
	Число степенів свободи для	$f_{\text{ад1}}$	2	1

	адекватності	$f_{ад2}$	2	2
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	Адекватність моделі	Адекватна		
Аналіз інформативності моделі	Коефіцієнт множинної кореляції	R	0,977568	0,962183
	Число степенів свободи для коефіцієнтів моделі	$f_{k'}$	2	2
	Число степенів свободи для залишкової суми квадратів	$f_{залR}$	12	9
	Експериментальне значення F -критерію	$F^{експ}$	21,542	6,23811
	Критичне значення F -критерію	$F^{крит}$	3,88529	4,25649
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	Критерій Бокса и Веца	γ	1	0
	Інформативність моделі			задовільна
Число обумовленості		$cond(\mathbf{X}^T\mathbf{X})$	1	1
Середнє абсолютних величин відносних похибок апроксимації		$ \bar{e}_{ном} , \%$	5,20	13,96
Середнє абсолютних величин абсолютних похибок апроксимації		$ \bar{e}_u $	1,1674	0,941406
Частка розсіяння, пояснювана моделлю		$Q_{\hat{y}}$	0,955638	0,925795

Аналіз структури моделей показує причину неоднорідності: різна структура залежності відгуку від факторів, як за складом, так і за відносною силою впливу (табл. 6). Так, в першому кластері відсутній фактор 2, основний вплив (більше 90%) визначається третім фактором, а вплив взаємодії другого і третього незначний (приблизно 5%). В другому кластері картина зовсім інша. Відсутній вплив третього фактору на рівні головних ефектів, а вплив на відгук розділяється між другим фактором і взаємодією другого і третього. Причому, на відміну від першого кластера вплив головного ефекту і взаємодії одного порядку: вони розрізняються тільки в два рази, на відміну від першого кластеру, де ця різниця більш ніж у 18 разів.

Таблиця 6. Розподіл сили впливу факторів в різних кластерах (частка загального розсіяння, яка пояснюється окремими регресорами в %)

Регресор	Модель	
	Y_1	Y_2
x_2	0	65,38
x_3	90,18	0
$x_2 x_3$	5,38	27,2

Висновки:

1. Факторний простір при моделюванні процесів різання часто неоднорідний, що не дозволяє будувати моделі задовільної точності, не зважаючи на те, що по статистичним критеріям вони адекватні.

2. Розбиття на кластери з використанням нечіткого кластерного аналізу дозволяє отримати однорідні під області факторного простору, в яких можна побудувати моделі достатньої точності.

3. Аналіз значень дискримінуючої змінної і структури регресійних моделей за кластерами дозволяє робити висновки про явища, які відбуваються в процесі обробки.

Список використаних джерел

1. Нечаев К.Н. Теория планирования многофакторных экспериментов - резерв повышения эффективности технологических процессов // Инструмент и технологии" – 2008. – №25 вып.1. – С.140–145.

2. Планирование, организация и проведение научных исследований в машиностроении: [учебное пособие для вузов по направлению "Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств"] / А. И. Барботько, В. А. Кудинов, П. А. Понкратов, А. А. Барботько. – Старый Оскол: Тонкие наукоемкие технологии, 2013. – 499 с.

3. Планирование и обработка результатов эксперимента: учеб. пособие: [для вузов по направлению подгот. дипломир. специалистов "Конструкт.-технол. обеспечение машиностроит. пр-в", "Автоматизир. технологии и пр-ва"] / А. П. Моргунов, И. В. Ревина – Омск: Издательство ОмГТУ, 2005. – 300 с.

4. Штерензон В. А. Моделирование технологических процессов: конспект лекций / В. А. Штерензон. – Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2010. –66 с. <http://www.rsvpu.ru/filedirectory/3468/shterenзон.pdf>

5. Каиров А.С. Математическое моделирование оптимальных режимов резания при токарной обработке конструкционных сталей / А.С. Каиров, Л.А. Латанская // Наукові праці – 2009. – Вип. 98, т. 111. – С.183-188.

6. С.М. Лапач. Проблеми побудови регресійних моделей процесів різання металів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Машинобудування». –2014, –№3(72). – С.40–47.

7. С.Н. Лапач, С.Г. Радченко. Регрессионный анализ в условиях неоднородности факторного пространства // Математичні машини і системи, – 2016, -№ 3. –С.55–63.

8. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. –288с.

9. Лапач С.М. Визначення оптимальної кількості кластерів // Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2014: IX міжнародна науково – практична конференція (м. Київ – с. Жукін, 23 – 27 червня 2014). – С. 272 – 275.

10. Лапач С.М. Кластерний аналіз при визначенні однорідних областей факторного простору в регресійному аналізі // П'ятнадцята міжнародна конференція ім. акад. Михайла Кравчука 15-17 травня 2014р. Київ: Матеріали конф. Т.3. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: НТУУ «КПІ», – 2014. –С.82–84.